Een leuke wetenswaardigheid over de wortelformule

Nazomercursus voor wiskundeleraren 2026

We kennen allemaal de wortelformule met 2a in de noemer. Maar er bestaat een volledig equivalente, veel minder bekende vorm met 2c in de teller.

Voor de vergelijking

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad D = b^2 - 4ac$$

Twee wortelformules

De bekende formule is:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Maar dezelfde wortels kunnen ook worden geschreven als:

$$x = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{D}}$$

Voor de twee afzonderlijke wortels horen de tekens als volgt bij elkaar:

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2c}{b + \sqrt{D}}$$
$$\frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2c}{b - \sqrt{D}}$$

Waarom zijn ze hetzelfde?

Rationaliseer bijvoorbeeld de teller van de eerste wortel door met de geconjugeerde factor te vermenigvuldigen. Dan geldt:

$$\frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{(-b + \sqrt{D})(-b - \sqrt{D})}{2a(-b - \sqrt{D})}$$
$$\frac{b^2 - D}{2a(-b - \sqrt{D})} = \frac{4ac}{2a(-b - \sqrt{D})} = \frac{-2c}{b + \sqrt{D}}$$

Algebraïsch zijn de twee vormen dus exact gelijkwaardig. Numeriek kan het echter een groot verschil maken welke vorm we gebruiken.

Waarom de tweede vorm numeriek nuttig is

Een eenvoudig voorbeeld

Neem de vergelijking

$$x^2 + 10000x + 1 = 0$$
$$D = 10000^2 - 4 = 99\,999\,996$$

Voor de kleine wortel geeft de gebruikelijke formule:

$$x_1 = \frac{-10000 + \sqrt{99\,999\,996}}{2}$$

Omdat

$$\sqrt{99\,999\,996} \approx 9999{,}9998$$

trekken we hier twee vrijwel even grote getallen van elkaar af:

$$-10000 + 9999{,}9998$$

Dat is numeriek ongunstig: bij het aftrekken van bijna gelijke getallen kunnen veel significante cijfers verloren gaan. Optellen is veel stabieler.

Gebruik voor deze wortel daarom de alternatieve vorm:

$$x_1 = \frac{-2}{10000 + \sqrt{99\,999\,996}}$$
$$x_1 \approx -0{,}000100000001$$

In de noemer worden nu twee positieve, ongeveer even grote getallen opgeteld. De gevaarlijke cancellatie is verdwenen.

De praktische keuzeregel

Voor één wortel gebruiken we de bekende formule en kiezen we het teken zo dat de twee termen in de teller elkaar versterken. Voor de andere wortel gebruiken we de equivalente formule met 2c in de teller.

	Wortel met de 2a-vorm	Andere wortel met de 2c-vorm
$b > 0$	$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$	$x = \frac{-2c}{b + \sqrt{D}}$
$b < 0$	$x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$	$x = \frac{-2c}{b - \sqrt{D}}$

De les: wiskundig equivalente formules hoeven op een computer niet numeriek equivalent te zijn. Vermijd waar mogelijk het aftrekken van bijna gelijke getallen.

Een klein algebraïsch trucje — en een mooie eerste kennismaking met numerieke stabiliteit.