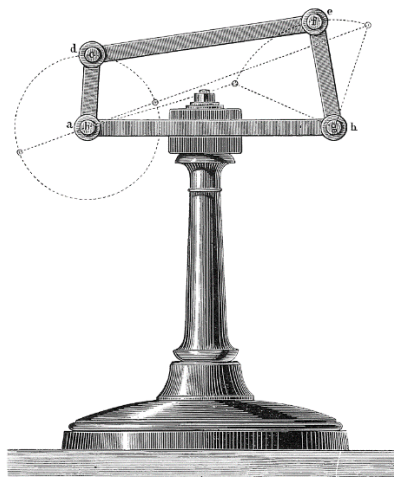


# Stangenmeetkunde: kinematische inzichten in vernuftige mechanismes

**Vakantiecursus 2021**

Amsterdam, 27 en 28 augustus 2021

Eindhoven, 3 en 4 september 2021





De Vakantiecursus voor Wiskundeleraren wordt 75 jaar in 2021! Een memorabele gebeurtenis, welke we niet ongemerkt voorbij willen laten gaan. Daarom zal er, naast de hoofdspreker (Rainer Kaenders) en gastsprekers, ook een speciale



Mystery Guest

een voordracht houden. Wie dit is houden we nog even geheim!

Overigens feliciteren wij ook het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI) met hun 75-jarig bestaan. De vakantiecursus ontstond in 1946 op het CWI (toentertijd Mathematisch Centrum genaamd), en in de loop der jaren is CWI altijd gastheer geweest van de vakantiecursus. Hiervoor nogmaals onze hartelijke dank in dit feestelijke jaar.



## Speciale gast: Theo Jansen en zijn "strandbeesten"

Om deze feestelijke editie van de Vakantiecursus luister bij te zetten, hebben we Theo Jansen uitgenodigd, alom bekend van zijn strandbeesten. Deze kunstwerken staan ook in verband met het onderwerp van de VC2021, en daarom leek het ons aardig om hiermee op zaterdag de Vakantiecursus op een leuke manier af te sluiten.

Theo Jansen houdt zich sinds 1990 bezig met het creëren van nieuwe levensvormen: de zogenaamde strandbeesten. Deze zijn niet gemaakt van eiwitten zoals bestaande levensvormen, maar ze zijn gemaakt van een ander basismateriaal; gele plastic buisjes. Skeletten gemaakt van deze buizen zijn in staat om te lopen. Ze halen hun energie uit de wind. Ze evolueerden over vele generaties en werden steeds beter in het overleven van stormen en water uit de zee. Door deze schepping opnieuw te maken, hoopt hij wijzer te worden in de omgang met de bestaande natuur door problemen tegen te komen waarmee de echte Schepper te maken had.

Hieronder een plaatje van de website van Theo Jansen:

<https://www.strandbeest.com/>



## Vakantiecursus2021

Voor leraren in de exacte vakken aan havo-, vwo-, hbo-leerlingen en andere belangstellenden organiseert het Platform Wiskunde Nederland (PWN) in 2021 een vakantiecursus met als thema:

### **“Stangenmeetkunde: kinematische inzichten in vernuftige mechanismes**

Dit jaar betreft het een tweedaagse cursus, **vrijdag 27 augustus** en **zaterdag 28 augustus** bij het CWI, Science Park 123, 1098 XG Amsterdam en op **vrijdag 3 september** en **zaterdag 4 september** in het Academisch Genootschap Eindhoven, Parklaan 93, 5613 BC Eindhoven (de routebeschrijvingen staan aan het einde van deze brochure).

De cursus is voor wiskundedocenten van elk niveau toegankelijk. Deelnemers ontvangen bij aanvang van de cursus een syllabus met teksten van de voordrachten. Het cursusgeld bedraagt €99. Voor studenten van lerarenopleidingen is het cursusgeld slechts €39. Voor gepensioneerden geldt een speciaal tarief van €55.

Bij de cursus is inbegrepen een warme maaltijd op vrijdag en een lunch op zaterdag.

De brochure kunt u downloaden door middel van deze link:

<http://www.platformwiskunde.nl/vakantiecursus>

### **Aanmelding**

Aanmelding voor deelname aan de cursus kan:

- door het aanmeldingsformulier achter in deze brochure in te vullen en vóór 1 augustus 2021 op te sturen aan PWN;
- via de website van Platform Wiskunde Nederland: <http://www.platformwiskunde.nl/vakantiecursus> waar een online registratieformulier ingevuld en opgestuurd kan worden, eveneens vóór 1 augustus 2021.

Deze cursus geldt als nascholingsactiviteit. Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daar prijs op stelt, gelieve het betreffende vakje aan te kruisen op het aanmeldingsformulier. Omdat zaken rondom “Register Leraar” momenteel aan verandering onderhevig zijn, is het mogelijk dat er een andere wijze van registratie plaatsvindt.

### Sponsoring

Deze cursus wordt mede mogelijk gemaakt door een subsidie van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), en een bijdrage van 4 TU.AMI, het toegepaste wiskunde instituut van de 3 Nederlandse technische universiteiten alsmede de universiteit van Wageningen. Organisatie vindt plaats in samenwerking met het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI), de Technische Universiteit Eindhoven (TU/e) en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.



Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek



4TU.AMI



MATHEMATICS FOR INNOVATION



Nederlandse Vereniging  
van Wiskundeleraren

## Voorlopig Programma

**Amsterdam: vrijdag 27 en zaterdag 28 augustus**  
**Eindhoven: vrijdag 3 en zaterdag 4 september**

Wijzigingen voorbehouden (Mystery Guest en Theo Jansen worden nog toegevoegd).

### vrijdag

15.00-15.30	Ontvangst, koffie
15.30-15.35	Welkomstwoord
15.35-16.20	Rainer Kaenders: Hoe teken je een rechte lijn?
16.20-16.45	Pauze
16.45-17:30	Workshop: Stangenconstructies van technische toepassingen
17.30-18.30	Diner
18.30-19.15	Rainer Kaenders: Klassieke meetkunde in stangenconstructies
19.15-19.45	Pauze
19.45-20.30	Mystery Guest

### zaterdag

09.30-10.00	Ontvangst, koffie
10.00-10.45	Rainer Kaenders: Vernuftige constructies en configuratieruimtes
10.45-11.15	Pauze
11.15-12.00	Workshop: Configuraties grijpen en begrijpen
12.00-13.00	Lunch
13.00-13.45	Rainer Kaenders: Welke krommen kun je door stangen tekenen?
13.45-14.30	Teun Koetsier: De Magie van de Beweging
14.30	Afsluiting

# Stangenmeetkunde: kinematische inzichten in vernuftige mechanismes

## Ten geleide

In onze directe omgeving vinden we intrigerende stangenconstructies in machines, voorwerpen en in gereedschap. Ze zijn in ruitenwissers, robots, ouderwetse schrijfmachines, weefstoelen, grasmaaiers, busdeuren, scharnieren van een motorkap, fitnessstoelstellen, vorkheftrucks, klaramen, liften van pakhuizen, kinderwagens, bureaulampen, kranen, naaimachines en vele andere dingen meer te ontdekken. Dit maakt het onderwerp aantrekkelijk voor het schoolse meetkundeonderwijs.

In de loop van de industrialisatie in de 19e eeuw nam de belangstelling voor mechanismes en staalconstructies toe en tegelijkertijd ontstonden meetkundige, intellectueel uitdagende, vragen. Zo vroeg James Watt, de uitvinder van de stoommachine, of je een rechte lijn met stangen zou kunnen tekenen. „How to draw a straight line?“ is de titel van een beroemd boek van Sir Alfred Kempe (1849-1922). En welke krommen zijn überhaupt met stangenconstructies te tekenen; het bleek dat reeds een rechte lijn te tekenen een uitdaging is. En dan verder? Hoe zit het met kegelsneden of hogere krommen? Deze vraag bezit een verrassend algemeen antwoord en daar zullen we naartoe werken.

Aan de hand van stangenmeetkunde kunnen we ook actuele wiskundige concepten op elementaire wijze ontdekken. Alfred Kempe bewees uiteindelijk dat elk deel van een reële algebraïsche kromme door een stangenconstructie getekend kan worden. Zijn bewijs had nog niet de hedendaagse strengheid en het vergeet moderne wiskunde om het geheel goed te begrijpen. Ook de studie van configuratieruimtes van stangenconstructies heeft zeer elementaire en tevens zeer abstracte kanten. Met beiden zullen we ons bezig houden door grijpen en begrijpen.

Tenslotte is er de geschiedenis van de machines en mechanismes en de pijlsnelle technologische ontwikkeling tijdens de industrialisatie. Teun Koetsier, internationaal expert voor de geschiedenis van mechanisme en machine wetenschap, zal ons meenemen in de geschiedenis van stangenconstructies. Beginnend bij James Watt zal hij ons inzichten in de 19e-eeuwse theorie van stangenmechanismes geven, die tot de dag van vandaag ingezet wordt. Stangenmeetkunde is een uitstekend voorbeeld van een toepassing van wiskunde, die tegelijkertijd zuivere en toegepaste vragen opwerpt. De vakantiecursus probeert hier zoveel mogelijk verschillende invalshoeken op te geven en in een syllabus voor de deelnemers zal alles na te lezen zijn.

Een geschikt onderwerp voor het wiskundeonderwijs moet nóch aan de ene kant specialistische wiskundige technieken aanleren nóch aan de andere kant uitsluitend naar actuele toepassingen zoeken, die momenteel de publieke aandacht hebben en over enkele jaren vergeten zijn. Geschikte onderwerpen voor het wiskundeonderwijs moeten echter exemplarisch zijn – exemplarisch voor het feit dat wiskunde van begin af aan in wording is, exemplarisch voor het wisselspel tussen bespiegeling en daad oftewel tussen zuivere en toegepaste wiskunde, exemplarisch voor de worstelingen met wiskundige vragen en ook exemplarisch voor de schoonheid in de wiskunde.

In de vakantiecursus 2021 duiken we volop in de fascinerende wereld van de stangenmeetkunde die inderdaad exemplarisch voor dat is wat we wiskunde noemen.

We zullen er een feestelijke bijeenkomst van maken waarbij, naast de eerder genoemde Mystery Guest en Theo Jansen (van de strandbeesten), er ook een overzicht gegeven zal worden van 75 jaar Vakantiecursus. Erik-Jan van Gelderen, MSc student aan de UvA en wiskundeleraar-in-spe, heeft een zeer compleet overzicht gemaakt onder leiding van hoogleraar Geschiedenis van de Wiskunde, Gerard Alberts.

We hopen weer veel wiskundeleraren te mogen verwelkomen op een inspirerende vakantiecursus 2021!

Platform Wiskunde Nederland,  
Rainer Kaenders, hoofdspreker van deze cursus en Wil Schilders, voorzitter  
programma comité VC 2021.



## Hoe teken je een rechte lijn ?

Rainer Kaenders  
Universiteit Bonn  
[R.Kaenders@uni-bonn.de](mailto:R.Kaenders@uni-bonn.de)

Hoe teken je een rechte lijn? Een cirkel is makkelijk met een touw of een stang te tekenen. Maar een lijn? Daarvoor heb je een liniaal nodig, maar hoe ga je dat weer construeren? In deze inleidende voordracht zal het gebied van stangenmeetkunde en hun kinematica aan de hand van basismechanismes worden voorgesteld. Daarbij leren we beroemde schijnconstructies en echte oplossingen van kinematische problemen kennen. De rechte lijn werd in het jaar 1864 door de Franse officier Charles Peaucellier (1832-1919) ontdekt en onafhankelijk van hem in 1871 door Lipman Lipkin (1840-1876), een Litauws Joodse student van Pafnuty Chebyshev (1821-1894) in Sint-Petersburg, gevonden en in een Belgisch tijdschrift gepubliceerd. Ook de twee oplossingen van Harry Hart (1848-1920) uit 1874 en hun veralgemenisering, de quadruplanar-inversor uit 1875, van James Joseph Sylvester (1814–1897) komen aan bod. En dan kijken we wat je verder met stangenconstructies nog allemaal kunt beginnen.



Rainer Kaenders

## **Stangenconstructies van technische toepassingen (Workshop)**

Rainer Kaenders  
Universiteit Bonn  
[R.Kaenders@uni-bonn.de](mailto:R.Kaenders@uni-bonn.de)

Na de inleiding word het tijd om zelf met kartonnen stangen en splijtpennen aan de slag gaan. En tegelijkertijd zullen we een programma voor dynamische meetkunde inzetten. We kijken naar de schijnconstructies van James Watt en Richard Roberts, naar de pantographen van Scheiner en van Schwenter en zullen de plagiograph van Sylvester bestuderen. We zien dan manieren om kegelsneden te construeren van Frans van Schooten en Robert Carl Yates. Tenslotte zijn er vele technische contexten, waarin wij stangenconstructies aantreffen, die we nader bestuderen. Deze workshop bevat verschillende ideeën uit een boek van Mareike Mink ("Geometrie entdecken in technischen Anwendungen – Lernumgebungen für MINT-Unterricht mit Alltagsbezug", 2018).

## Klassieke meetkunde in stangenconstructies

Rainer Kaenders  
Universiteit Bonn  
[R.Kaenders@uni-bonn.de](mailto:R.Kaenders@uni-bonn.de)

In deze lezing zullen stangenconstructies van een speciaal soort centraal staan, de zo genaamde koppelkrommen. Deze krommen spelen een belangrijke rol bij kranen, busdeuren en vele andere toepassingen. Zij geven aanleiding tot verrassende verbanden tussen klassieke meetkunde en stangen. Onder meer zullen we hun kinematische mogelijkheden bestuderen. Daarbij zien we bijvoorbeeld dat niet elke stand in elke andere stand kan worden omgezet en dat hun bewegingen soms vertakken. Hun dubbelpunten liggen allemaal op een cirkel, de pivotcirkel. De meetkunde inzichten, die hier worden voorgesteld berusten op oude ingenieursboeken van bijvoorbeeld Franz Reuleaux (1875), Allen S. Hall Jr. (1961) en anderen.



## Vernuftige constructies en configuratieruimtes

Rainer Kaenders  
Universiteit Bonn  
[R.Kaenders@uni-bonn.de](mailto:R.Kaenders@uni-bonn.de)

In deze voordracht zullen we de stangenconstructies op een moderne manier benaderen. In welk theoretisch kader beschrijf je zulke constructies vanuit een modern standpunt? Welke rol spelen dan de configuratieruimtes? We geven inzicht in enkele moderne resultaten uit de meetkunde en de topologie van polygonale stangenconstructies, zoals die te vinden zijn in het klassieke boek van Ebene Kinematik van Wilhelm Blaschke en Hans Robert Müller (1956) en uit het overzichtsartikel Geometry and Topology of polygonal Linkages van Robert Connelly en Erik D. Demaine (2015). Er zullen concepten uit de moderne wiskunde aan bod komen zoals complexe getallen en de classificatie van compacte oppervlaktes, die ons verder helpen de configuratieruimtes te begrijpen.

## Configuraties grijpen en begrijpen (Workshop)

Rainer Kaenders  
Universiteit Bonn  
[R.Kaenders@uni-bonn.de](mailto:R.Kaenders@uni-bonn.de)

In deze workshop houden we ons bezig met de beweeglijkheid van stangenconstructies. Welke stangenconstructies zijn star? Welke hebben verschillende standen, die niet in elkaar kunnen worden omgezet? Het blijkt dat die door middel van configuratieruimtes kunnen worden bestudeerd, die we heel concreet kunnen knutselen en begrijpen. Hierbij gaan we de eerder ingevoerde topologische hulpmiddelen op stangenconstructies toepassen.



## Welke krommen kun je door stangen tekenen?

Rainer Kaenders  
Universiteit Bonn  
[R.Kaenders@uni-bonn.de](mailto:R.Kaenders@uni-bonn.de)

De voordracht zal laten zien, welke krommen überhaupt door stangenconstructies te tekenen zijn. Het hoofddoel van de voordracht zal zijn om in te zien, dat je elke reële algebraïsche kromme door een stangenconstructie kunt tekenen. Dit werd door 1876 door Kempe in een korte notitie bewezen. Daarbij blijft open welk deel van de kromme wordt getekend en of het mechanisme tegelijkertijd nog componenten van andere krommen tekent. De voordracht probeert hierin zo goed mogelijk inzicht te geven en daarbij ook de moderne versie van het resultaat te belichten.

## De Magie van de Beweging

Teun Koetsier  
Vrije Universiteit Amsterdam  
[t.koetsier@vu.nl](mailto:t.koetsier@vu.nl)

Samenvatting: Met de Industriële Revolutie start een onomkeerbaar proces van mechanisering van het menselijk ingrijpen in de natuur dat gepaard gaat met voortdurend nieuwe uitvindingen. Vele daarvan betreffen nieuwe mechanismen die zijn samengesteld uit starre zich ten opzichte van elkaar bewegende onderdelen. In de voordracht beginnen we bij een door James Watt uitgevonden stangenmechanisme en laten zien dat het in de 19e eeuw tot allerlei boeiend meetkundig onderzoek leidt. Dat betreft specifieke mechanismen en hun eigenschappen (de kinematica van mechanismen), maar ook algemene eigenschappen van de beweging van samenvallende zich ten opzichte van elkaar bewegende vlakken (de theoretische kinematica). Daarbij spelen ettelijke Franse, Duitse en Engelse wiskundigen een rol, maar ook anderen, Russen bijvoorbeeld. In 1873 schreef Chebyshev aan Sylvester: "Je moet kinematica gaan doen. Het is vruchtbaarder dan meetkunde; het voegt een vierde dimensie aan de ruimte toe". In de 20e eeuw neemt de belangstelling van wiskundigen voor de kinematica af, maar in de werktuigbouwkunde blijft in het bijzonder de kinematica van mechanismen erg belangrijk.

### **Cursusgeld**

Het cursusgeld bedraagt €99, waarbij de syllabus en de maaltijden zijn inbegrepen. Voor studenten aan lerarenopleidingen bedraagt het cursusgeld €39, terwijl voor gepensioneerden een gereduceerd tarief geldt van €55.

### **Aanmelding**

Via de website: <http://www.platformwiskunde.nl/vakantiecursus> of per post door het aanmeldingsformulier achterin de brochure in te vullen en op te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland  
o.v.v. Vakantiecursus 2020  
Science Park 123  
1098 XG Amsterdam

Tegelijkertijd dient men het cursusgeld over te maken op bankrekening **NL95INGB0005864482** van de Stichting Platform Wiskunde Nederland onder vermelding van uw naam en VC2021.

Onze buitenlandse gasten kunnen voor betaling gebruik maken van onderstaande gegevens.

BANK ING BANK N.V.  
BIC INGBNL2A  
IBAN NL95INGB0005864482

### **NB. Deze cursus geldt als nascholingsactiviteit**

Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daarop prijs stelt, gelieve dit bij aanmelding te laten weten door aankruising van het betreffende vakje op het aanmeldingsformulier.

### **Plaats(en)**

Eindhoven: Academisch Genootschap Eindhoven, Parklaan 93.

Amsterdam: CWI, Turingzaal, Science Park 123.

### **Syllabus**

De syllabus zal worden uitgereikt bij aankomst op de cursus.

### **Informatie**

Voor nadere informatie over de Vakantiecursus kunt u zich wenden tot het bureau van het Platform Wiskunde Nederland, tel. 020-592 4006 dan wel 06-51892525, e-mail: [vakantiecursus@platformwiskunde.nl](mailto:vakantiecursus@platformwiskunde.nl)



## **Contactinformatie**

Bureau PWN, 020 – 592 4006; e-mail: [vakantiecursus@platformwiskunde.nl](mailto:vakantiecursus@platformwiskunde.nl);

Platform Wiskunde Nederland, Science Park 123, 1098 XG Amsterdam

## **Docenten**

Prof. dr. R. Kaenders, Universiteit Bonn, Endenicher Allee 60, D-53115 Bonn

Dr. ir. T. Koetsier, Vrije Universiteit Amsterdam, De Boelelaan 1085, 1081 HV Amsterdam

Theo Jansen: mailadres: [contact@strandbeest.com](mailto:contact@strandbeest.com)

## Routebeschrijvingen

### **Academisch Genootschap Eindhoven, Parklaan 93, Eindhoven**

*Met openbaar vervoer:*

Vanaf Station Eindhoven is het 10-15 minuten lopen naar het AG in de Parklaan.

- Verlaat het station aan de centrumzijde (trap af vanaf het perron, tunneltje linksaf)
- Ga linksaf de Stationsweg op
- U loopt evenwijdig aan het spoor, weg van het centrum
- Na 300 meter gaat u rechtsaf de Parklaan in; deze loopt vervolgens in een bocht naar links
- Ruim 200 meter na de bocht ziet u het AG aan de rechterkant.

*Met de auto:*

Kijk hiervoor op de website van het AG Eindhoven: <https://ag-eindhoven.nl/>.

*Parkeren:* Er zijn 36 parkeerplaatsen op eigen terrein aan de achterkant van de villa via de Fazantlaan. (GPS Fazantlaan 16)

Aan de voorkant van het gebouw aan de Parklaan zijn er twee parkeerplaatsen voor mindervaliden.

De ruimtes op de begane grond zijn goed toegankelijk voor rolstoelgebruikers; de eerste verdieping niet.

CWI Amsterdam

*Met openbaar vervoer:*

- Vanaf station Amsterdam Amstel en station Amsterdam Muiderpoort: bus 40. Zie [www.gvb.nl](http://www.gvb.nl) voor meer informatie.
- Vanaf Amsterdam Centraal Station, of Weesp, stopt er vier keer per uur een trein op Science Park Amsterdam. Zie [www.ns.nl](http://www.ns.nl) voor meer informatie.
- Vanaf Amsterdam Centraal met tram 14 naar Soembawastraat en vandaar lopend naar het Science Park (ongeveer 15 minuten).

*Met de auto:*

- Wanneer u uit de richting Amersfoort komt, neemt u de ring richting Utrecht/Den Haag.
- Wanneer u uit de richting Utrecht/Den Haag/Schiphol/Haarlem of Zaan-dam komt, neemt u de ring richting Amersfoort. Op de ring neemt u de afslag Watergraafsmeer/S113 (ring Oost). Aan het eind van de afrit volgt u de richting Science Park/Watergraafsmeer. U rijdt dan op de Middenweg.
- Volg vanaf de Middenweg de borden naar Science Park Amsterdam, u komt dan vanzelf op de Carolina Mac Gillavrylaan. Via de rondweg van het Science Park zijn alle bedrijven en instituten te bereiken.
- Aan cursisten die gebruik maken van een navigatiesysteem. De nieuwe straatnaam 'Science Park' kan in enkele systemen nog niet zijn door-gevoerd. U kunt dan intoetsen: Kruislaan 413.

*Parkeren:* Op het terrein van het CWI is betaald parkeren van kracht. Bij het oprijden moet u een parkeerkaart trekken. Gelieve deze inrijkaart te bewaren, U ontvangt van de contactpersoon een uitrijkaart. Bij het uitrijden steekt u eerst de inrijkaart in, deze komt terug, en daarna steekt u de uitrijkaart in.

**AANMELDINGSFORMULIER  
VAKANTIECURSUS 2021**

**Speltheorie: van strategisch beslissen  
tot 'eerlijke' oplossingen**

Ondergetekende,

Naam:

Adres:

Postcode:

Woonplaats:

Geboortedatum:

Telefoon:

E-mail:

wenst deel te nemen aan de Vakantiecursus 2021 op de locatie

Amsterdam op vr. 27 en za. 28 augustus 2021 [ ]

Eindhoven op vr. 3 en za. 4 september 2021 [ ]

en heeft het verschuldigde bedrag van €99,- (dan wel €39,- of €55)  
overgemaakt (voor rekeningnummer zie pagina 11).

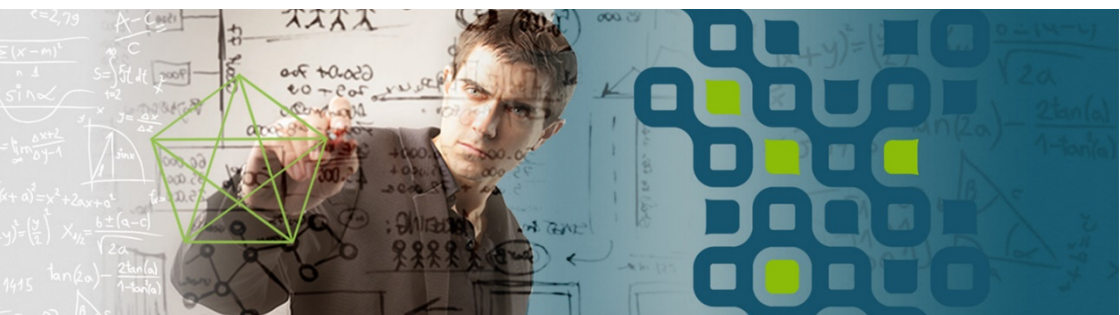
Mijn voorkeur gaat uit naar vegetarisch eten [ ]

Nascholingscertificaat [ ]

Indien van toepassing, hier het adres van de onderwijsinstelling vermelden:

.....  
Gelieve dit formulier vóór 1 augustus 2021 te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland  
o.v.v. Vakantiecursus 2020  
Science Park 123  
1098 XG Amsterdam



## Voor wie is PWN interessant?

Beroepswiskundigen

Wiskundeleraren

Bedrijven

Leerlingen en studenten

Breed publiek

Platform Wiskunde Nederland is hét landelijke loket voor alles wat met wiskunde te maken heeft.

PWN behartigt de belangen van, en fungeert als spreekbuis voor, de gehele Nederlandse wiskunde.

Platform Wiskunde Nederland | Science Park 123 | kamer L013 | 1098 XG Amsterdam | 020 592 40 06

Ga voor meer informatie naar:  
[www.platformwiskunde.nl](http://www.platformwiskunde.nl)



platform  
wiskunde nederland